

# 数学概論I（春学期），数学概論II（秋学期）

服部哲弥

## 0 . イントロ - 経済学に微積分は

---

**限界効用** (経済理論の初等教科書に必ず出てくる単語の一つ)

財(商品やサービス)を1単位追加消費したときの効用(満足)の増加

**限界効用逓減(ていげん)の法則**

一時に消費する財(商品)を増やすと、追加分からの効用(感じる満足度の増加)が小さくなること

「人間とはそういうものだ」

価格決定(安定性)理論

# 微分積分学

---

限界効用 = 数学的には，効用関数の財の消費量に関する微分

効用関数（総効用）  $U = U(x)$ ,  $x$ : 財の量

$$\text{限界効用} = U'(x) = \frac{dU}{dx}(x)$$

限界効用逓減の法則：  $U''(x) \leq 0$  とってもコンパクト！

定量的な研究に基づく経済学的法則は解析学によって理解するのが自然  
（自然な理解だから，数式表現がコンパクト）

marginal utility “law” of diminishing marginal utility

・経済学における数学の可能性を信じる立場でも，否定的な立場でも，数学的概念を前提にして研究が行われる以上は，知らないわけにはいかない

# 数学の役割

---

- ・ 厳密 = 論理的に完璧な実現
  - 知識（公式）の蓄積性（ピタゴラスの定理は今も正しい）
  - 便利（使える方法・公式は，どれを使っても同結果と保証されている）
  - 拡張性（拡張しても決して破綻しないcf. 自然法則，社会法則 適用限界）
  - 定量的（数値計算等の近似の誤差保証，微妙な場合の判定）
- ・ 前世紀以降の経済学の研究は，数学の概念を前提
  - 定量的研究では高度な数学が必要（計量経済学，数理ファイナンス）
  - 数式に消極的な分野に進んでも，知らなければ（知っている同僚より）出遅れる
  - 自然科学は利益追求とは異質な（おたく？）活動の蓄積 使わない手はない（敷居の高さは，価値を認める「入会の儀式」）

数学を履修するか他の科目でがんばるかは各自の判断だが，がんばるなら苦手と言いつせず我慢して受講し，単位をとることを勧めます

# 1 . 高校の復習

---

---

- 分数式（有理式） 初歩だが，**極限**の計算で頻繁に使う

例 
$$\frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{x^3 - 1} = (x^3 + 2x^2 + 2x + 1) \div (x^3 - 1)$$

分数式の四則： $x$ に数値を代入したら普通の数値の四則と同じ  
(代入する数値に無関係に成り立つ性質に興味)

例 
$$\frac{x-1}{x} \times \frac{x}{x-1} = \frac{(x-1)x}{x(x-1)} = 1$$

分数式の整理：分母と分子に同じ式や数をかけても（割っても）等しい

例 分母と分子に $n$ をかけることで 
$$\frac{1}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{n \times 1}{n \times (1 + \frac{1}{n})} = \frac{n}{n+1}$$

約分：分母と分子を共通因数で割ること（多項式は因数分解して既約多項式の積に書ける）

例 
$$\frac{x^3 + 2x^2 + 2x + 1}{x^3 - 1} = \frac{(x+1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)(x^2 + x + 1)} = \frac{x+1}{x-1}$$

# 不等式

---

- 不等式 極限は不等式によって定義される

$x$  がどんな実数でも  $x^2 \geq 0$

両辺に正の量をかけても不等式は保存 (負の量をかけると逆向き)

例  $x^2 \geq 0$  に  $x = y - z$  を代入すると,  $(y - z)^2 \geq 0$

$(y - z)^2 = y^2 - 2yz + z^2$  だから  $y^2 + z^2 \geq 2yz$  ( $\forall y, z$ )

正の量どうしの大小は2乗しても変わらない

- 絶対値  $|x|$  不等式のツールとして絶対値が絶大な威力

正の数または0はそのまま, 負の数は符号を変える

$|x|$  は  $x$  または  $-x$ , 言い換えると,  $x$  は  $|x|$  または  $-|x|$

例  $|x|^2 = x^2$ ,  $|x| = |-x|$ ,  $-|x| \leq x \leq |x|$

$-|x| \leq x$  において等号が成り立つのは  $x$  が非負のとき, そのときに限る

例 実数  $x, y$  に対して  $|x - y| \leq |x| + |y|$  を示せ (三角不等式)

証明  $|x| + |y|$  と  $|x - y|$  はどちらも非負なので2乗して比較しても同値

$(|x| + |y|)^2 - |x - y|^2 = 2(|xy| + xy) \geq 0$

(等号は  $xy = -|xy|$ , すなわち,  $x$  と  $y$  の符号が異なるとき, そのときに限る)

## 2次方程式の実数解

---

実数  $a, b, c; a \neq 0$  ( $x$ の) 2次方程式:  $ax^2 + bx + c = 0$

恒等式ではなく, 方程式 (ほとんどの  $x$  では成り立たない)

実数解: 放物線  $y = ax^2 + bx + c$  と  $x$  軸 ( $y = 0$ ) の交点 (高々2点)

∃ 実数解  $\Leftrightarrow$  放物線が  $x$  軸と交点を持つ  $\Leftrightarrow$  判別式  $D = b^2 - 4ac \geq 0$

解の公式 (平方完成):  $0 = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a}$

よって,  $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

解と係数の関係  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$

計算できる (自明でない豊かな) 例題としての2次方程式

## 図形と方程式

---

式の図示は直観的把握のために常に有効

直線の方程式：  $y$  が  $x$  の 1 次式  $y = mx + n$  ( $m, n$  は定数)

点  $A(x_1, y_1)$  を通り傾き  $m$  の直線の方程式：  $y - y_1 = m(x - x_1)$

2 点  $A(x_1, y_1)$  と  $B(x_2, y_2)$  を通る直線の方程式：

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) \quad \text{【} x_1 = x_2 \text{ のときは特別で } x = x_1 \text{】}$$

2 点の距離：  $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

点  $(a, b)$  を中心とし, 半径  $r$  の円の方程式：  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$



## 2 . 基礎知識のまとめ

---

数列  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$

等差数列  $a_n = a + (n - 1)d$  (初項  $a$  公差  $d$ )

数列の和  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \dots + a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

等差数列  $a_n = a + (n - 1)d$  の和  $S_n = an + \frac{1}{2}n(n - 1)d$

等比数列  $a_n = ar^{n-1}$  (初項  $a$  公比  $r$ ) ( $r^0 = 1$ )

等比数列の和  $S_n = \sum_{k=1}^n ar^{k-1} = a \frac{1 - r^n}{1 - r}$

( $r = 1$  のときは  $S_n = na$ )

# 数学的帰納法

自然数  $n$  を含む主張が全ての  $n$  で成り立つことの証明方法

- (1)  $n = 1$  のとき成り立つことは直接  $n = 1$  を代入して計算して証明
- (2)  $n = k$  を **仮定** して (使って良いとして),  $n = k + 1$  のときを証明
  - ・ (1)(2) が済めば, 全ての  $n$  について, 主張が証明できたことになる

例: 定数  $a$  が正のとき, 全ての自然数  $n$  に対して  $(1 + a)^n \geq 1 + na$   
( $\geq$  は  $>$  か  $=$  かが成り立つことを主張: どちらになるか  $n$  によって違って良い)

- ・ 2項展開 (2項定理)

階乗:  $0! = 1! = 1, n! = n(n-1)(n-2)\cdots 2 \cdot 1$  ( $n \geq 2$ )

組み合わせの場合の数:  ${}_n C_k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$  ( $n = 1, 2, \dots, 0 \leq k \leq n$ )

性質  ${}_n C_0 = 1 = {}_n C_n$   ${}_k C_r + {}_k C_{r-1} = {}_{k+1} C_r$

主張: 任意の自然数  $n$  に対して ( $n$  が自然数ならば何であっても)

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^{n-k} b^k$$

### 3 . 基礎知識のまとめ(続)

・ 指数 ( 整数べき ) 後日 , 分数べき , さらに , 実数 ( 指数関数 )

$a \neq 0$  ( 整数以外のべきのときは断らなければ  $a > 0$  )

$n = 1, 2, 3, \dots$  :  $a^n = a$  を  $n$  回かけたもの ( 元々記号は全て便利になるように定義 )

便利ないように定義を自然数以外に拡張  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, a^0 = 1$

便利 = 指数法則が全ての整数  $n, m$  で成り立つ

指数法則  $a^n a^m = a^{n+m}, (a^n)^m = a^{(nm)}, (ab)^n = a^n b^n$

・ 三角関数

弧度法  $180 \text{ 度} = \pi \text{ ラジアン}$  ( 単に言い換え . km の代わりに mile )

半径 1 の円周から切り取られる弧長の数値を中心角の大きさとする

便利な理由 = 極限 ( 微分 )  $\sin x, \tan x$  が  $x$  に近い

三角関数の一般角への拡張 : 原点中心半径 1 の円周上の点  $P(x, y)$  ,  
 $\angle POX = \theta$  のとき ,  $\cos \theta = x, \sin \theta = y, \tan \theta = \frac{y}{x}$

## 4 . 数列の極限

---

$\mathbb{R}$  : 実数の集合      Real(実)の「白抜き」太字

「実数列  $\{a_n\}$  が極限值  $\alpha$  に収束する」  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$  や  $a_n \rightarrow \alpha$  ( $n \rightarrow \infty$ )

「収束」「正の無限大に発散」「負の無限大に発散」「振動」

例  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$

•  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = +\infty$  ならば  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} = 0$

例  $(-1)^n n$  は振動するが,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{(-1)^n n} = 0$

•  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$  と  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n - \alpha| = 0$  は同値

•  $+\infty$  ( $r > 1$ ),  $1$  ( $r = 1$ ),  $0$  ( $|r| < 1$ ), 振動 ( $r \leq -1$ )

• 収束数列の各項毎の和差積商も収束し, 極限值は和差積商

• 各項毎に  $\leq$  ならば, 極限值も  $\leq$       cf.  $1 - \frac{1}{n} < 1 + \frac{1}{n}$  だが極限は =

• はさみうちの原理  $a_n \leq c_n \leq b_n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha$  ならば,  $\{c_n\}$  も  
極限がこうなるのは直観的に明らか: 論理上重要なのは収束

## 参考：近代的な定義の必要性

---

---

例．非負実数の数列  $\{a_n\}$  が,  $a_{n+m} \leq a_n + a_m$  を全ての  $n, m$  に対して満たすならば  $\frac{1}{n}a_n$  は収束して, 極限は  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}a_n = \inf_n \frac{1}{n}a_n$

「近づく」, といった言葉では証明しにくい

収束の近代的な定義  $\inf_{n \geq 1} \sup_{k \geq n} a_k = \sup_{n \geq 1} \inf_{k \geq n} a_k = \alpha$

(より通常は  $(\forall \epsilon > 0) \exists n_0; n \geq n_0 \Rightarrow |a_n - \alpha| < \epsilon$ )

$\lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty$  (アルキメデスの原理) と「上に有界な増加列は収束」から証明

## 5 . 級数 , 発散の速さ , e

主目標 :  $\{(1 + \frac{1}{n})^n\} = \{2, 2.25, 2.370, 2.44140625, \dots\}$  は収束

級数 :  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k = S$  (収束) とは部分和  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = S$  のこと

イメージ : 無限に長い足し算      論理構成 : 極限の全てを数列の収束だけで

例 :  $|a| < 1$  のとき ,  $\sum_{k=0}^{\infty} a^k = \frac{1}{1-a}$

•  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!} = 0$  ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{a^n} = 0$  ( $a > 1$ )      (等比数列やべきではさみうち)

上に有界 例 .  $1 + \frac{1}{n} \leq 2$       cf.  $\sqrt{n}$

• 上に有界な増加 (非減少) 数列は収束      (減少下に有界も同様)

$\{(1 + \frac{1}{n})^n\} = e$  (自然対数の底)

(難しいところ :  $1/n$  は減少 , 指数は増大 微妙なバランス 基本性質と数学的論証の出番 : 2項展開 増加 , 等比数列 上に有界)

## 6 . 関数の極限

---

---

関数  $f(x)$  の極限： 変数  $x$  が  $a$  に近づくと  $f$  の値がどこかに近づく状況

区間：  $(1, 2)$  有界開,  $[1, 2]$  有界閉,  $(-\infty, -2]$ ,  $\mathbb{R}$  (開かつ閉)

$I$  : 开区間,  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $a \in I$

関数  $f$  の点  $a$  における極限値が  $\ell$  ( $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ ) :

- $f(a) = \ell$  でも  $f(a) \neq \ell$  でもかまわない
- 「 $I$  が开区間」とは近づける範囲があること (値の議論は「有界閉区間」も)
- $f, g$  が点  $a$  に近づくときの極限値を持つとき, 和差積商も極限値を持つ
- 点  $a$  の近くでいつも  $f(x) \leq g(x)$  ならば, 極限値も ( $<$  は非保存)
- はさみうちの原理:  $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$  かつ  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$  ならば...

例  $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$  は  $x = 0$  で連続 (イメージできなくても論理的にわかる)

関数の極限の意義: 連続関数

# 関数の連続性

関数が点  $c$  で連続：極限值とその点での値の一致  $(\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c))$

- ・ 閉区間  $[a, b]$  での連続（右連続  $x \rightarrow a + 0$ ，左連続  $x \rightarrow a - 0$ ）

連続・不連続の違いは数学では決定的だが，社会的にも大きい  
タクシーメーター他，奨学金返還免除基準，ロックアウトオプション  
(不連続点の近くで怪しげな動き，数学的考察は重要 cf. 所得税 cf. の cf. 扶養控除)

連続なほうが活性化（個人的感想）

- ・ 関数  $f, g$  が点  $a$  で連続ならば，和差積商も

**意義**：既知の連続関数から新しい連続関数を無数に作れる

- ・  $f(x) = a$ ， $f(x) = x$ （ $x^n$ ，多項式，有理関数）
- ・ 連続関数  $f$  が  $f(a) \neq 0$  ならば， $a$  の近くで常に  $f(x) \neq 0$   
( $\alpha = f(a) < 0$  とすると， $f$  が連続ならば， $a$  の近くで  $f(x) < \alpha/2 < 0$ )

**意義** 極大と2階微分の関係他随所で定理の仮定の整理（本質）



## 7 . 連続関数の基本性質

---

- ・ 連続性の役割：中間値・最大値の存在，指数関数・対数関数の存在
- ・ 中間値の定理（前提：閉区間上の連続関数， $f(a) \neq f(b)$ ）

（証明例（区間縮小法）：値が  $k$  を挟む区間を選びながら 2 分割して極限点）

- ・ 最大値の定理（前提：閉区間上の連続関数）

最小値もとる， $f(c)$  と具体的に書けることが要

**連続**でないと  $[0, 2]$  での  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ ，

**閉区間**でないと  $(0, 1)$  での  $f(x) = x$

- ・ 増加（非減少）関数，狭義増加関数 ( $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ )
- ・ 逆関数  $f^{-1} : [f(a), f(b)] \rightarrow \mathbb{R}$  ;  $f(f^{-1}(x)) = f^{-1}(f(x)) = x$   
 $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  が**連続狭義増加**ならば，逆関数  $f^{-1}$  が唯一存在

（グラフは  $y = x$  に関する  $f$  のグラフの折り返し，連続狭義減少でも同様）

応用：対数関数

## 指数関数・対数関数

---

• 指数関数 (i)  $x^n$  が連続狭義増加なので  $x^n = a$  の解  $a^{1/n}$  が唯一存在 (ii)  $m$  乗で正の有理数  $p$  に対して  $a^p$  (iii)  $p < 0$  のときは  $a^p = \frac{1}{a^{-p}}$  (iv)  $a > 1$  のとき  $p$  について増加 ( $0 < a < 1$  のとき減少) なので有理数上で極限を取ることによって実数  $x$  に対して  $f(x) = a^x$  が連続になる  $a^x$  の値が唯一存在

• 対数関数  $\log_a : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$   $a^x$  の逆関数 ( $a^x$  が連続狭義増加なので)

• 自然対数  $\log = \log_e$   $e^{\log x} = x$ ,  $\log e^x = x$

(エクセルなどでは  $\log = \log_{10}$  (常用対数),  $\ln = \log_e$ )

•  $a = e^{\log a}$ ,  $a^x = e^{x \log a}$

•  $\log(ab) = \log a + \log b$ ,  $\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$ ,  $\log a^b = b \log a$

## 8 . $e$ ( 続 )

---

---

$$\bullet \quad \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{1/x} = e$$

( 証明 :  $x$  を自然数で上下から挟んで数列による  $e$  の定義に帰着 )

$$\text{例} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{n}\right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \left(1 + \frac{a}{n}\right)^{n/a} \right)^a = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \right)^a = e^a$$

$$\bullet \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

( 証明 :  $\log x$  の連続性 )

## 9 . 導関数

$I$ : 開区間,  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $a \in I$

$f$  が  $a$  で微分可能:  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$  が存在すること

$f$  の  $a$  における微分係数

$\forall x \in I$  で微分可能なとき  $f': x \mapsto f'(x)$  導関数  $f' = \frac{df}{dx} = \frac{dy}{dx} = y'$

$$(1)' = 0, (x^n)' = nx^{n-1}, (e^x)' = e^x, (\log x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x$$

- $f$  が  $a$  で微分可能ならば  $a$  で連続 (逆は不成立  $|x|$ )
- 接線  $y = f'(a)(x - a) + f(a)$
- $\exists f'(a)$  のとき  $f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \delta(x)(x - a)$  で関数  $\delta$  を定義すると,  $\lim_{x \rightarrow a} \delta(x) = 0$  (高次の微小量  $f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + o(x - a)$ )
- $f, g$  が微分可能ならば和差積商も微分可能 (たくさんの導関数)

$$(fg)' = f'g + fg' \quad \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}, \quad \left(\frac{1}{g}\right)' = \frac{-g'}{g^2}$$

例 .  $(x^2 \log x)' = 2x \log x + x$

# 10 . 微分の公式 (合成関数, 最大値, 逆関数)

合成関数  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

•  $I \xrightarrow{f} J \xrightarrow{g} \mathbb{R}$  ( $f, g$ とも微分可能)ならば,  $g \circ f$ は $I$ で微分可能で,  $(g \circ f)' = g' \circ f \cdot f'$

$g(x)$ だと思って微分してから  $g'(x)$ の $x$ に $f(x)$ を代入 例  $e^{-x^2}$

(証明は  $g(f(x+h)) - g(f(x))$  で  $g(y) = g(a) + g'(a)(y-a) + \delta(y)(y-a)$ )

例  $(e^{f(x)})'$ ,  $(f(x)^\alpha)'$ ,  $(a^x)' = a^x \log a$  ( $a > 0$ ),  $(\log f(x))'$ ,  $(\sin f(x))'$ ,  $(\cos f(x))'$

• (最大値と微分)  $f$ 微分可能で,  $a$ で最小(大)値をとるとき,  $f'(a) = 0$   
(証明は  $f(x) - f(a) = (f'(a) + \delta(x))(x-a)$  に  $x > a$  と  $x < a$  に場合分け)

例  $f(x) = x^2 + ax + b = (x + \frac{1}{2}a)^2 + b - \frac{1}{4}a^2$

最小2乗法  $f(x) = \sum_{i=1}^n (x - a_i)^2$  (平均値の変分原理による表現)

• (逆関数の微分)  $f$ は狭義増加(減少)で微分可能で  $f'(x) \neq 0$ ならば

$$(f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))} \quad (\text{覚え方 } \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}})$$

## \* . 補足 ( 復習 ) 指数関数 $a^x$

---

$a > 0$  指数関数  $f(x) = a^x$  の定義 ( 復習 )

•  $f(0) = 1$  , および ,  $x < 0$  のとき  $a^x = \frac{1}{a^{-x}}$  で定義するので  $x > 0$

だけ定義すればよい

•  $x$  が自然数のとき ,  $a^x = a \times \cdots \times a$  ( $x$  回かけ算)

•  $x$  が正の有理数  $x = \frac{p}{q}$  ( $p, q$  自然数) のとき ,  $a^x = (a^{1/q})^p$

•  $y = a^{1/q}$  は  $f(y) = y^q = a$  のただ一つの正の解

( 中間値の定理 ;  $f$  は連続 , 狭義増加 ,  $f(0) = 0$  ,  $\lim_{y \rightarrow \infty} f(y) = +\infty$  )

•  $x$  が無理数の時 ,

# 実数の連続性

---

## 実数は有理数列の極限として得られる

実数は無限数列で書ける  $e = 2.7182818284590\dots$

$$c_1 = 2, c_2 = 2.7, c_3 = 2.71, \dots$$

注．本当は話の順序が逆で，有理数の極限を集めた集合を実数と呼ぶ

無理数  $x$  に対して  $a^x$  を定義したい

$x$  に収束する有理数列  $\{c_n\}$  で， $a^x := \lim_{n \rightarrow \infty} a^{c_n}$  と定義する

収束するの？  $\{c_n\}$  として増加列をとる上に有界な増加列は収束する  
列のとりかたによって違ったら困る？

$a^x$  が有理数上で連続関数 列の取り方によらない

証明の骨子は  $\lim_{n \rightarrow \infty} a^{1/n} = 1$

収束や連続性の近代的定義は，これら全て（および，もっとたくさん）を矛盾無く曖昧さ無く説明する（それほど重要で，重要さを説明しきれない）

# 春学期試験

---

テキストそのまま出すことはしないが、基本的に類題

- 数列の極限
- 関数の極限（第1章だけではない）
- 微分： p.13–18 例や公式は全て基本 使えるように覚える
- 計算力（ノーミスで最後まで計算する力 間違えたら零点）



## 文献

---

標準のテキスト ( 緑 ) 「微分積分」慶應義塾大学経済学部

春学期 微分積分入門 選択 第 1 - 2 章

秋学期 微分積分 必修 春学期の続き 第 2 - 4 章

<http://web.econ.keio.ac.jp/staff/hattori/suukiso.htm>

Google 検索キーワード 服部哲弥