確率ランキング模型 —

A hydrodynamic limit of move-to-front rules and its application to

web rankings

針谷祐	（東北大・理）
服部久美子	（首都大・数理）
服部哲弥	（慶應大・経済）
永幡幸生	（大阪大・基礎工）
竹島佑介	（富国生命）
小林孝長	（仙台二高）

2010.07.15 待兼山コロキウム

大阪大学　豊中キャンパス　サイバーメディアセンター

１．Move-to-front 規則（モデルの定義）

問：　運不運ある現象に基づく流行度の順位付けの，簡単な数理モデル
情報を売る商売で重要
cf. 平均点や勝率（スポーツのリーグ戦，実力の判定）→
時間的に安定した量（実力）の順位（運不運を大数の法則で消去）

答：　Move-to-front 規則．最後に売れた順

ウェブ商売の時代→低コスト→大きな N →簡単なモデル
興味：　粒子数 N が大きいとき扱いやすい式（確率ランキング模型）

確率ランキング模型(move-to-front規則)の定義

粒子数 N，粒子名 $i = 1, \cdots, N$，時刻 $t \geqq 0$

時刻 t の粒子 i の順位 $X_i^{(N)}(t)$，　初期順位 $X_i^{(N)}(0) = x_i^{(N)}$

$$
\begin{aligned}
X_i^{(N)}(t) = x_i^{(N)} &+ \sum_{k=1}^{N} \int_0^t \mathbf{1}_{X_k^{(N)}(s-0) > X_i^{(N)}(s-0)} \, \nu_k^{(N)}(ds) \\
&+ \int_0^t (1 - X_i^{(N)}(s-0)) \, \nu_i^{(N)}(ds), \; i = 1, \cdots, N, \; t \geqq 0
\end{aligned}
$$

$\nu_i^{(N)} : (\Omega, \mathcal{B}(\mathbb{R}_+)) \to \mathbb{Z}_+$ ポワッソンランダム測度；

i について独立，**強度** $\rho_i^{(N)} = \mathsf{E}[\, \nu_i^{(N)} \,]$ は連続測度

確率ランキング模型：マルコフ過程 $X^{(N)} = (X_1^{(N)}, \cdots, X_N^{(N)})$

ポワッソンランダム測度（ポワッソン確率過程）

強度 $\rho_i^{(N)} = \mathsf{E}[\,\nu_i^{(N)}\,]$ は $\mathbb{R}_+$ 上の連続 $(\rho_i^{(N)}(\{t\}) = 0)$ な測度（例（一様）：$\rho_i^{(N)}((0,t]) = w_i^{(N)} t$）

ポワッソンランダム測度 $\nu_i^{(N)}:\ (\Omega, \mathcal{B}(\mathbb{R}_+)) \to \mathbb{Z}_+$

- $\nu_i^{(N)}(A)$ は平均 $\rho_i^{(N)}(A)$ のポワッソン分布
- $A \cap B = \emptyset$ ならば $\nu_i^{(N)}(A)$ と $\nu_i^{(N)}(B)$ は独立
- サンプル $\omega \in \Omega$ 毎に $\nu_i^{(N)}(\omega)((a,b])$ は $t \in (a,b]$ に i が先頭にジャンプした回数

先頭へのジャンプ時刻 $\nu_i^{(N)}(\omega)(ds) = \displaystyle\sum_{j=1}^{\infty} \delta_{\tau_{i,j}^{(N)}(\omega)}(ds)$

- 確率 1 で $\{\tau_{i,j}^{(N)} \mid i,j\}$ は互いに異なる

$\displaystyle\int F(s)\nu(ds) = \sum_j F(\tau_j)$，$1_A$ は事象 A の定義関数

時刻 t の粒子 i の順位（再掲）$X_i^{(N)}(t) = x_i^{(N)}$

$$+ \sum_{k=1}^{N} \int_0^t 1_{X_k^{(N)}(s-0) > X_i^{(N)}(s-0)}\ \nu_k^{(N)}(ds) + \int_0^t (1 - X_i^{(N)}(s-0))\, \nu_i^{(N)}(ds)$$

先頭へのジャンプ時刻 $\tau_{i,j}^{(N)}$

以下 $\{\tau_{i,j}^{(N)} \mid i,j\}$ が互いに異なるとし，$0 < \tau_{i,1}^{(N)} < \tau_{i,2}^{(N)} < \cdots$ とラベル

1) $X_i^{(N)}(\tau_{i,j}^{(N)}) = 1 \ (\forall i,j)$

2) $X_i^{(N)}(\tau_{i',j'}^{(N)}) = X_i^{(N)}(\tau_{i',j'}^{(N)} - 0) + 1 \ (\forall i \neq i', j')$

③ ② ④ ① ⑤ $t=\tau_{1,1}$

① ③ ② ④ ⑤ $t=\tau_{2,1}$

② ① ③ ④ ⑤ $t=\tau_{1,2}$

① ② ③ ④ ⑤ $t=\tau_{3,1}$

③ ① ② ④ ⑤

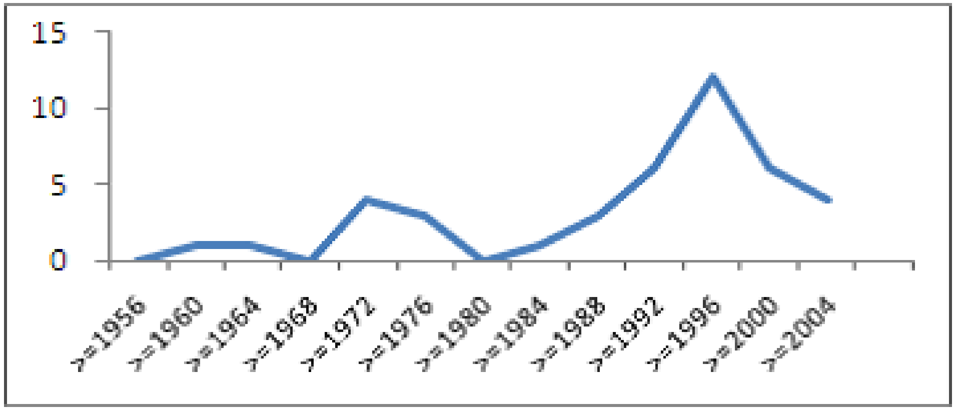
$x_{3,0}^{(N)} = 1,\ x_{2,0}^{(N)} = 2,\ \cdots$，
$\tau_{1,1} < \tau_{2,1} < \tau_{1,2} < \tau_{3,1} < \cdots$ なるサンプル

（各粒子は自分より下位の粒子が先頭に跳ぶごとに順位を1下げる＝先頭へのジャンプ以外は列内の相対順序維持）

モデルへの注

- **流行に従う順位付けの究極の単純化（超整理法）**

文献は半世紀前から登場(M.L.Tsetlin, 1963)**，再発見を繰り返す**



初期の興味は定常分布の存在　「机上の本を片付けられるとがっかり」

- **メモリーへのデータ配置**(Least-Recently-Used caching)
- **粒子**i**の区別** v.s. **ジャンプ率の分布のみに注目（極限定理の発見）**

- **最近の流行**(?)**：**top-to-random shuffling　**（時間反転系）**

（ジャンプ率w**は一種，モンテカルロ法の定常分布への収束関連の興味）**

- **誰も言及しない待ち行列との対応：右端がアトラクションの入場口．極端な入場制限のため，諦めて出て行くことだけで列が動く．出た分だけ後ろに並んで一定の長さ．ジャンプ率はあきらめの早さ．**

＊．目次

１．Move-to-front 規則（モデルの定義）
＊．目次　　　←　今，ココ
２．大数の法則（軌道，位置強度結合経験分布）
３．Amazon データへの当てはめとロングテール
４．2ch.net データと指数の普遍性，強度の昼夜差
５．まとめとお話

２．大数の法則（軌道，位置強度結合経験分布）

ジャンプ済み粒子と未ジャンプ粒子の境界：$Y_C^{(N)}(t) = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} 1_{\tau_{i,1}^{(N)} \leqq t}$

命題． $\lambda_t^{(N)} = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{i=1}^{N} \delta_{\rho_i^{(N)}}((0,t]) \to \exists \lambda_t \ (N \to \infty)$ **ならば，**

$Y_C^{(N)}(t) \to y_C(t) = 1 - \displaystyle\int_0^\infty e^{-s} \lambda_t(ds) \ (N \to \infty$，**概収束**$)$ ◇

証明：　**独立確率変数の和の大数の強法則**：$Y_C^{(N)}(t) - \mathsf{E}[\ Y_C^{(N)}(t)\ ] \to 0$

＋ポワッソン分布：$\mathsf{P}[\ \tau_1 > t\ ] = \mathsf{P}[\ \nu((0,t]) = 0\ ] = e^{-\rho((0,t])}$

流れの中の粒子の軌道

$x_i^{(N)} = 1$，$0 \leqq t < \tau_i^{(N)}$ のとき，$X_i^{(N)}(t) - 1$

$$= \sum_{k=1}^{N} \int_0^t \mathbf{1}_{X_k^{(N)}(s-0) > X_i^{(N)}(s-0)}\, \nu_k^{(N)}(ds) = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{1}_{\tau_{i,1}^{(N)} \leqq t} = N Y_C^{(N)}(t)$$

注目粒子が先頭に跳んだ時刻を $t = 0$ とすると

次にジャンプするまでの粒子の軌道

命題． $\displaystyle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \delta_{\rho_i^{(N)}((0,t])} \to \lambda_t$ ならば $\displaystyle Y_C^{(N)}(t) \to y_C(t) = 1 - \int_0^\infty e^{-s} \lambda_t(ds)$ ◇

- 強度が小さい (ジャンプ率 w が小の) 粒子のジャンプ数は揺らぐが，そういう粒子が多数あるので，軌道は決定論的
- $y_C(t)$ は観測され，強度（ジャンプ率）分布 λ を推定できる（後述）

位置－強度結合経験分布の収束

強度 ρ（ジャンプ率）と規格化順位 $Y_i^{(N)} = \frac{1}{N}(X_i^{(N)} - 1)$ の結合経験分布：

$$\mu_t^{(N)} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \delta_{(\rho_i^{(N)}, Y_i^{(N)}(t))}$$

混合液の濃度分布をミクロで計測（分布値確率変数：度数分布，揺らぎあり）

定理． $\mu_0^{(N)} \to \exists\mu_0 \ (N \to \infty)$，**かつ，各** $0 \leqq s < t$ **に対して** $N \to \infty$ **で**

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \delta_{\rho_i^{(N)}((s,t])} \to \int_{\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)} \delta_{\rho((s,t])}\Lambda(d\rho); \ \Lambda(d\rho) = \mu_0(d\rho \times [0,1))$$

ならば，各 $t > 0$ **に対して** $\mu_t^{(N)} \to \mu_t \ (N \to \infty$**，概収束）．**
ここで μ_t **は次頁にあらわに与える非ランダムな分布．** ◇

極限分布

$\mu_t^{(N)} \to \mu_t$. ここで μ_t は： $U(d\rho, y, t) := \mu_t(d\rho \times [y, 1))$

$$= \begin{cases} e^{-\rho((t-t_0(y,t),t])}\Lambda(d\rho), & 0 \leqq y \leqq y_C(t), \\ e^{-\rho((0,t])}U(d\rho, \widehat{y}(y,t), 0), & y_C(t) \leqq y < 1. \end{cases}$$

t_0 は $y_A(t_0, t) = 1 - \int_{\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)} e^{-\rho((t-t_0,t])}\Lambda(d\rho)$，

$\widehat{y}$ は $y_B(y,t) = 1 - \int_{\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)} e^{-\rho((0,t])}\mu_0(d\rho \times [y,1))$ の，逆関数

$y_C(t) = y_A(t,t) = y_B(0,t)$

極限を記述する偏微分方程式

簡単のため，有限種で密度（ジャンプ率関数）を持つ強度の場合：

$$\Lambda = \sum_\beta r_\beta \delta_{\rho_\beta},\ \rho_\beta(A) = \int_A w_\beta(u)\,du,\ w_\beta, r_\beta > 0$$

定理． $\displaystyle\sum_\beta r_\beta = 1,\ \sum_\beta r_\beta w_\beta(t) < \infty,\ u_\alpha :\ [0,1) \to \mathbb{R}_+$: **非負滑らか狭義減少，** $\displaystyle\sum_\beta u_\beta(y) = 1 - y$ **ならば，** $U_\alpha(y,t) = U(\{\rho_\alpha\}, y, t)$ **は次の偏微分法手式系の初期値問題の時間大局的一意古典解：**

$$\frac{\partial U_\alpha}{\partial t}(y,t) + \sum_\beta w_\beta(t)\,U_\beta(y,t)\,\frac{\partial U_\alpha}{\partial y}(y,t) = -w_\alpha(t)U_\alpha(y,t),$$

境界条件 $U_\alpha(0,t) = r_\alpha$**，初期値** $U_\alpha(\cdot,0) = u_\alpha(\cdot)$, ◇

- **解が逆関数** $(t_0,\ \widehat{y})$ **で書かれる理由 − 特性曲線の方法** (y_A, y_B, y_C)
- 1次元非圧縮性混合流体の蒸発による運動における時刻 t に y の右にある流体 α の量

定理の意味 ー 簡単なこと

• ミクロはランダム，マクロは決定論的（cf. Amazon.co.jp の本 $N = O(10^6)$)

• 順位の先頭付近はjump 率の高い粒子が多く tail は低い粒子が多い

• 上位側 $(y \leqq y_C(t))$ では初期値 $(\mu_0 = U(\cdot,\cdot,0))$ によらない

ー randomness は先頭へのジャンプのみで，それが位置によらない：平均場的

• cf. TASEP（1 次元格子上の多粒子系で空き格子に左から粒子が移れる）の流体力学的極限は inviscid Burgers ー 解が爆発

さっきの定理：位置ジャンプ率結合分布の PDE は時間大局的古典解 (やさしい)

定理の意味　－　探索コスト，売り上げ

- 簡単のため，時間的に一様なジャンプ率で定常 $(t=\infty)$ な場合：

$\rho((0,t])=wt$，w の分布 $\lambda(dw)=\mu_\infty(dw\times[0,1))$，

$$\tilde{\mu}_\infty(dw\times[y,1))=e^{-wt_0(y)}\lambda(dw);\quad 1-y=\int_{\mathbb{R}_+} e^{-wt_0(y)}\lambda(dw)$$

- ロングテール（列の後ろ＝その他大勢＝大多数の，めったに先頭になれない粒子）

時刻 t 以降最初に先頭に飛んだ粒子 $I(t)$ の直前の位置：$C_N(t)=X^{(N)}_{I^{(N)}(t)}(t)$

$[y,1)$（tail 側）にいたものの割合 $\mathrm{P}[\,\frac{1}{N}C_N(t)\geqq y\,]$

$$=\sum_i \mathrm{P}[\,Y_i^{(N)}(t)\geqq y\,]\mathrm{P}[\,I^{(N)}(t)=i\,]\to\frac{\int_{\mathbb{R}_+} w\,\tilde{\mu}_\infty(dw\times[y,1))}{\int_{\mathbb{R}_+} w\,\lambda(dw)}$$

- LRU-caching では cache fault の確率
- Amazon.co.jp ランキングではテール側からの売り上げへの寄与

例．Pareto 分布：$a,b>0$, $\lambda([0,w])=1-(a/w)^b$ $(w\geqq a)$ $(w_i=a(N/i)^{1/b})$

$y>0$ のとき $\int_{\mathbb{R}_+} w\,\tilde{\mu}_\infty(dw\times[y,1))$ は有限正

$b>1$： $\int_{\mathbb{R}_+} w\,\lambda(dw)=\frac{ab}{b-1}$, $0<b<1$：$=\infty$ （$y=+0$ の寄与が発散）

ロングテールビジネスが意味を持ちうるのは $b>1$

証明についてのコメント

主張の内容は，確率 1 の事象 $\tilde{\Omega}$ の sampleω について，任意の有界連続な f に対して

$$\lim_{N\to\infty}\int_{\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)\times[0,1)} f(\rho,y)\mu_t^{(N)}(d\rho\times dy)=\int_{\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)\times[0,1)} f(\rho,y)\mu_t(d\rho\times dy)$$

- $\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)\times[0,1)$ が可分完備距離空間なので，可算個の $f=f_n$ で言えば良いことが知られている →個別に Ω'_n を選んで証明し，$\tilde{\Omega}=\bigcap_n \Omega'_n$． y 方向については $\chi[y,1)$ の重ね合わせで近似 →
- $\displaystyle \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} g(\rho_i^{(N)})\,\mathbf{1}_{Y_i^{(N)}(\omega)(t)\geqq y}=\int_{\mathcal{M}(\mathbb{R}_+)} g(\rho)\mu_t(d\rho\times[y,1))$ に帰着
- **従属確率変数の大数の法則（右側の粒子が飛んだときだけ影響）**

→同じ極限を持つ扱いやすい確率変数

補題． $y\leqq y_C(t)$ のとき $\displaystyle \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\left|\,\mathbf{1}_{Y_i^{(N)}(t)<y}-\mathbf{1}_{\nu_i^{(N)}((t-t_0(y,t),t])>0}\right|\to 0,$ a.s.

３．Amazonデータへの当てはめとロングテール

- Amazon.co.jpランキング：インターネット時代の新しい応用
- ロングテールビジネスモデルの検証
- 掲示板集合体2ch.netのスレッド一覧

ブログ集合体(ameblo.jp)，機関リポジトリの論文アクセス

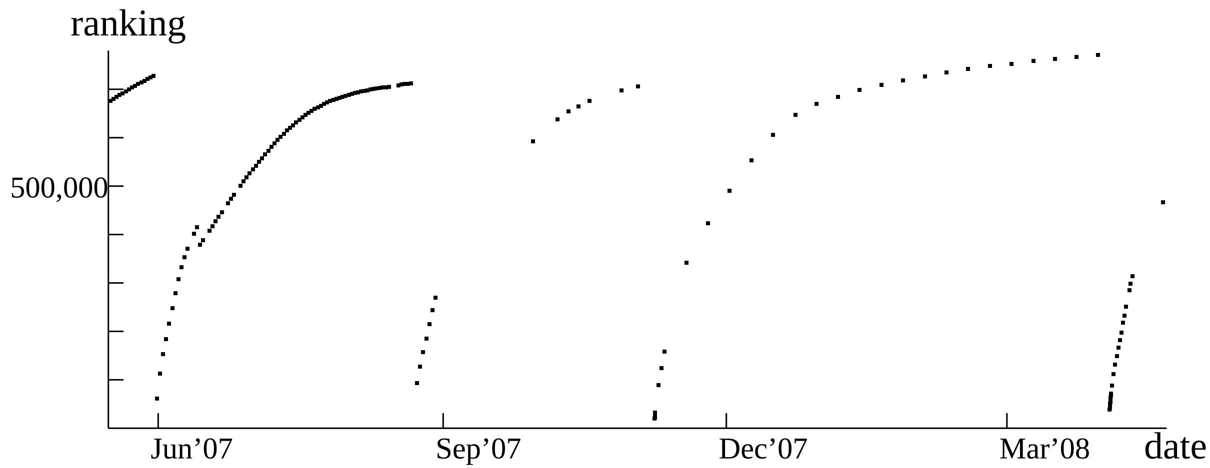
Amazon.co.jp ランキング

「どういう計算方法なのかわからないAmazonの謎順位」 （2006年末，佐々木将人（函館簡裁）@数理科学ML）

ランキングの時間変化

- （さほど売れない本を）しっこく観察すればわかる

実際は，モデルにたどりついて，公式を作ってから，検証のためにしつこく観察した



上位への大きなジャンプ　ー　アマゾンのウェブで注文することに対応

１冊でも，中古でも（マーケットプレイスは無関係）

☆「（１冊買うだけで）１位に飛ぶか？」(FAQ) →大多数の本にとっては良い近似！

大多数の本にとって，最近の流行＝最後に売れた時刻　→

注文が独立ならば確率ランキング模型が良い近似

理論軌道への当てはめとPareto分布

$x_i^{(N)} = 1,\ 0 \leqq t < \tau_i^{(N)}$ のとき $Y_i^{(N)}(t) = Y_C^{(N)}(t) + \frac{1}{N}$

本の順位を最後に売れた時刻を $t = 0$ と取り直して，次に売れるまでを $NY_C(t)$ に当てはめる

$$x_C(t) \simeq N - N \int_0^{\infty} e^{-s} \lambda_t(ds)$$

実際のデータに当てはめるためには，ジャンプ率の分布 λ_t が必要

社会学や経済学では（一般化された）Pareto分布がよく用いられる

離散版(Zipfの法則) $w_i^{(N)} = a \left(\frac{N}{i}\right)^{1/b}$; a: 最低収入，b: 平等性の指数

$x_C(t) \simeq N\, y_C(t) \simeq N(1 - b(at)^b \Gamma(-b, at))$; $\Gamma(z,p) = \int_p^{\infty} e^{-x} x^{z-1}\, dx$

N, a, b を与えれば決まる（データを使って**統計的当てはめ**）

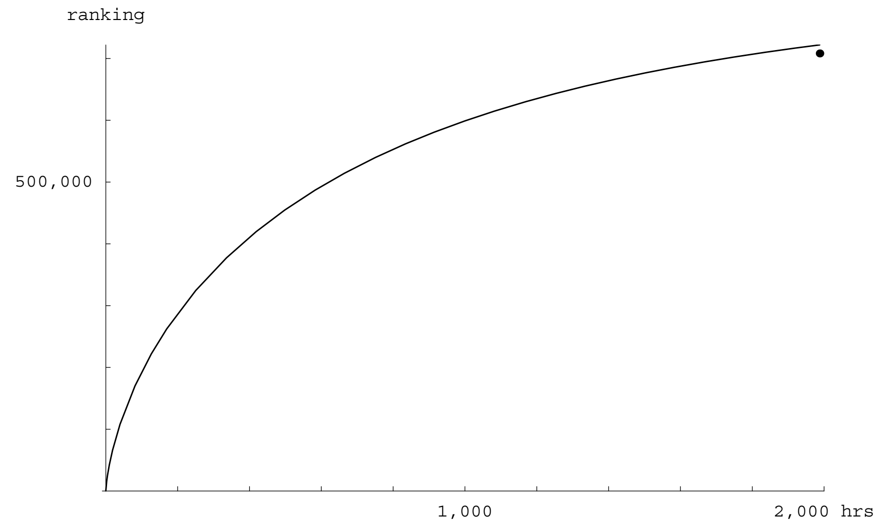
Amazon.co.jpはロングテールではない！

毎日21時のランキング

'07.6–9 **（逃したら諦める）**

$(N^*,\ a^*,\ b^*) =$

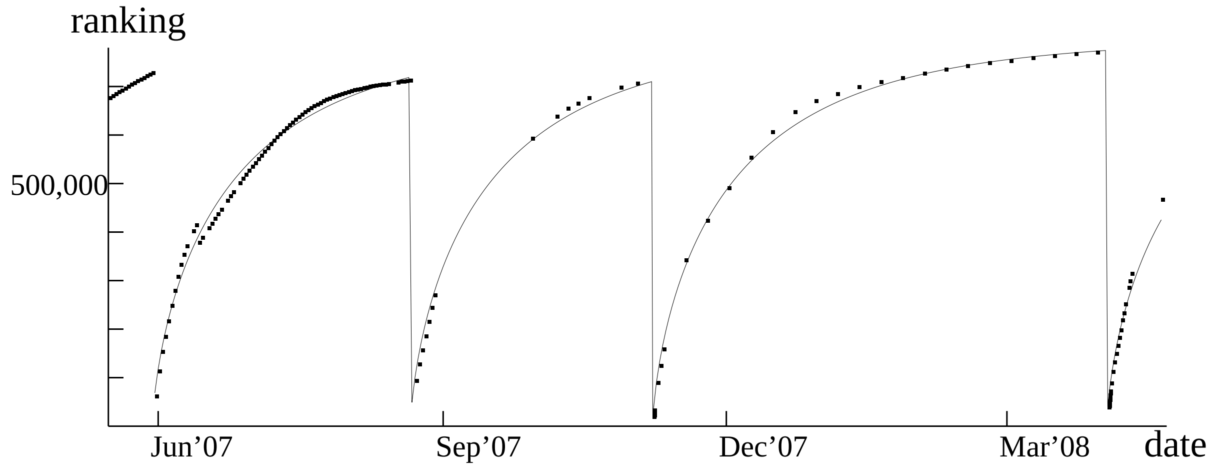
$(8 \times 10^5,\ 6 \times 10^{-4},\ 0.81)$

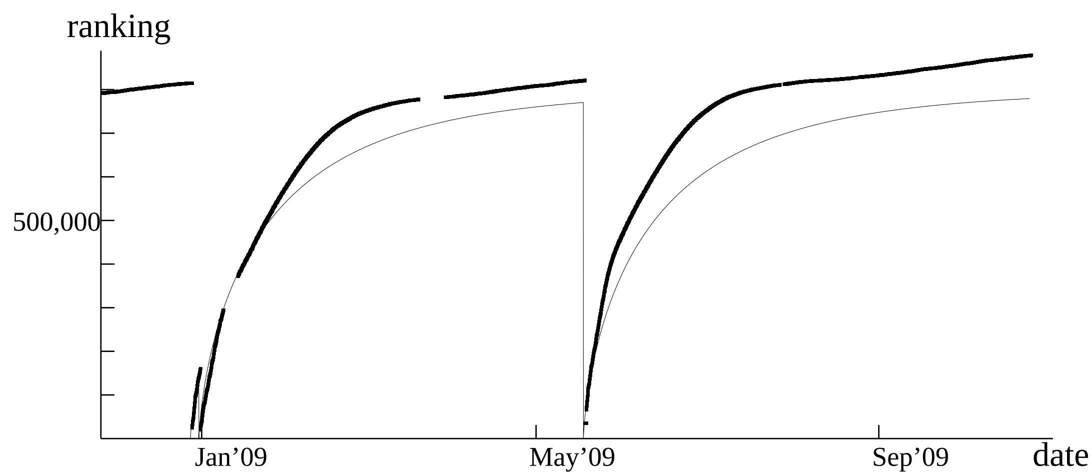


- $b < 1$ **「不平等」上位**$o(N)$**冊が売り上げの全てを占める**

ロングテール型ではなく，ベストセラー依存型のビジネスモデル

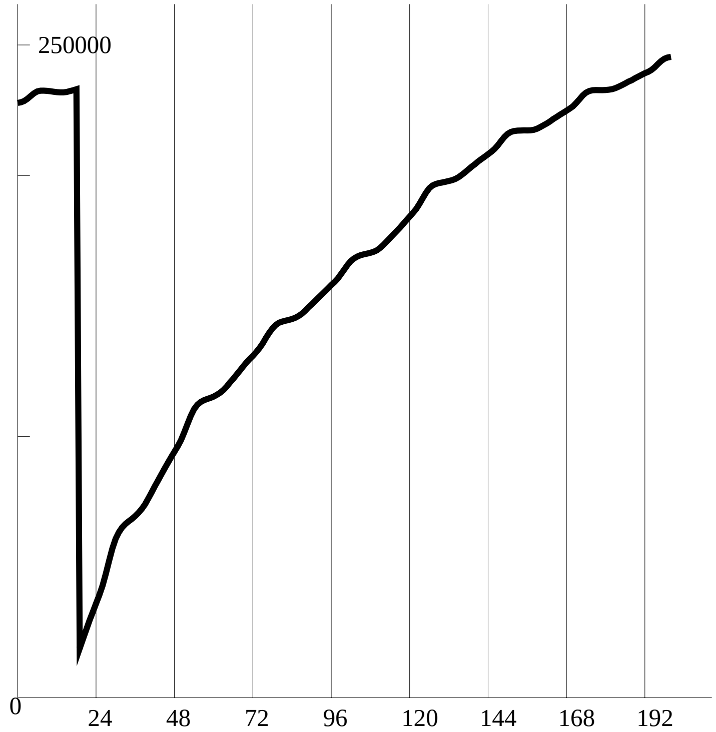
4．2ch.netデータと指数の普遍性，強度の昼夜差





Amazon.co.jp ランキング（本の順位）　１時間毎に更新

ジャンプ率の時刻依存性



社会活動の昼夜差

- ジャンプ率 $w_i^{(N)}$ が定数とした公式に当てはめて得た結論の再検証

→結論：正しいデータ利用方法だったので大丈夫

- データと拡張した理論から，購入活動の昼夜差を逆算できるか？

日内変動に影響されないデータ採取

λ_t: 時刻の関数丸ごと（無限パラメータ）はデータから決まらない

- **共通の時刻依存性**：$w_i^{(N)}(t) = w_i^{(N)} a(t)$, $w_i^{(N)} > 0$

$$\lambda_t^{(N)} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \delta_{w_i^{(N)} A(t)} \to \exists \lambda_t;\ A(t) = \int_0^t a(u)du$$

- $a(t)$ が周期 24 の**周期関数**の場合：積分 $A(t) = t +$ **周期関数**
- 毎日**定時**に得たデータのみ用る（**逃したら諦める**）場合は，日内変動があっても平均ジャンプ率と等しい時間発展（変動効果は時刻の原点に吸収される）

今までのデータ解析は正当化された（共通でない時刻依存性は誤差扱い）

2ch.netのスレッド一覧

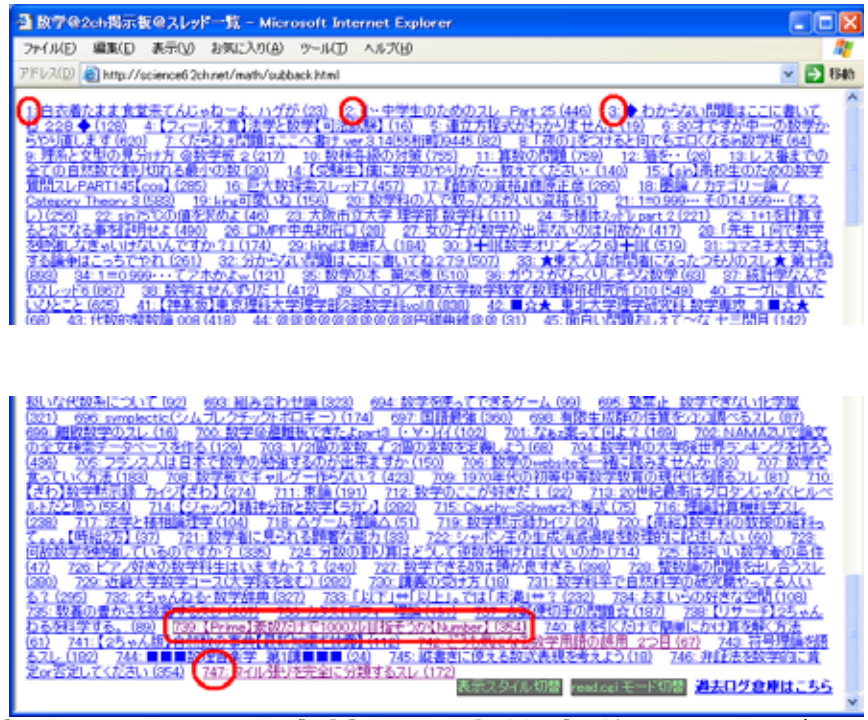
２チャンネル（2ch.net）**：**
web **掲示板の巨大な集まり**

スレッド（ページ）一覧：
「書き込んだスレが１位」：

一覧の順序は

move-to-front **規則**

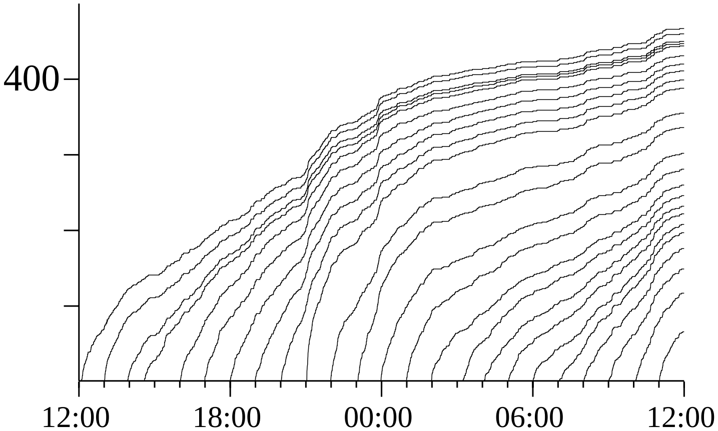
（注：sage **進行は除く）**

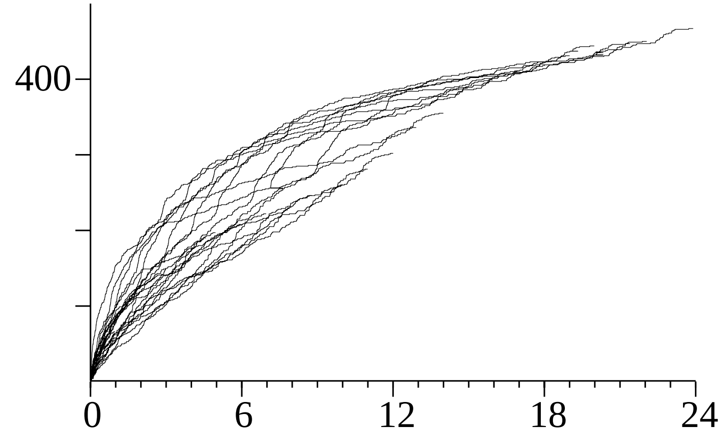


書込み情報公開　→　λ_t を直接観測できるので，直接の現実的意義はないが，方法論の検証やパラメータの普遍性の検討に使える

- **アマゾンは教えてくれないので，ランキングから探る実用上の意義**

スレ一覧の順位変化





スレたちの順位の時間変化
各スレ最後に1位になって（誰かが書き込んで）以降の時間変化

（全 $N = 697$ スレ，08/10/18 24時間約4000jump．24スレッドのみ表示）

右図は1位になった時刻を0に取り直して重ねた図

昼夜差のため，1つの関数 $y_C(t)$ に重ならない

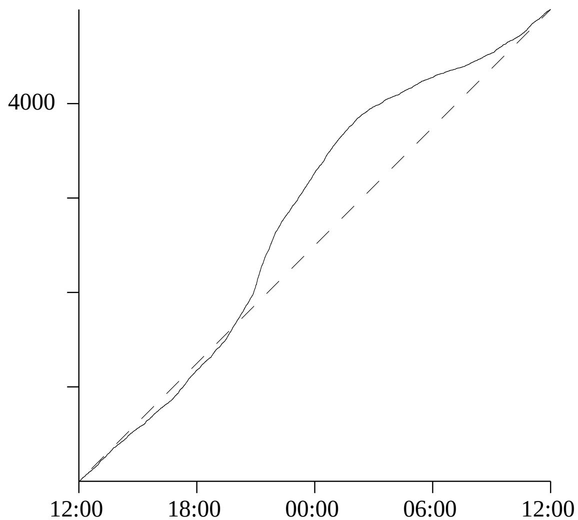
データ自動収集プログラム竹島佑介君 （2008年度東北大M2，現富国生命）

共通の時刻依存性の抽出

- **共通の時刻依存性**：$A(t) = \int_0^t a(u)du$ $w_i^{(N)}(t) = w_i^{(N)} a(t) > 0$

累積総書き込み数 $S^{(N)}(t) \simeq \sum_{i=1}^{n} \rho_i^{(N)}((0,t]) = A(t)\,Z(N)$ **でスケール**

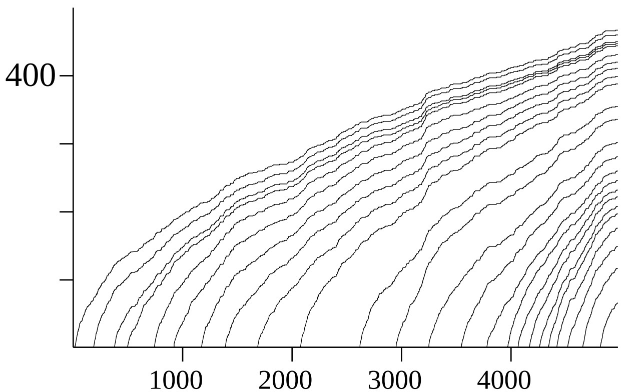
$$y_C(t) \simeq 1 - \int_{\mathbb{R}_+} e^{-w\,S^{(N)}(t)/Z(N)}\,\lambda(dw);\ Z(N) = \sum_{i=1}^{N} w_i^{(N)}$$

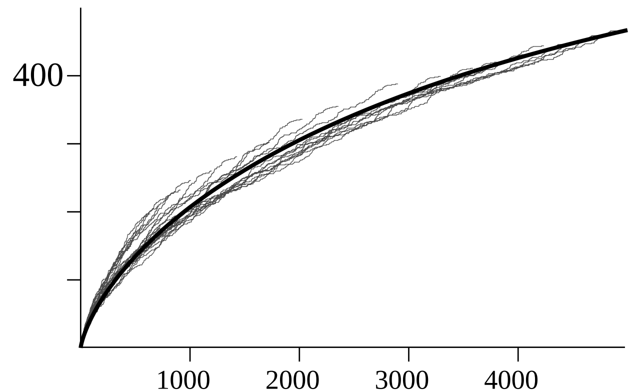


集計 小林孝長君

（2009 **年度東北大** M2 ，**現仙台二高**）

共通の時刻依存性の検証とbの普遍性





実線：$y_C(A^{-1}t)$，Pareto分布，$b = 0.872$

- **共通の時刻依存性**は実用的に良さそうである
- Amazon.co.jpも2ch.netも共通して$b < 1$

本の購入はベストセラーに集中，書き込みは人気スレッドに集中

Amazon.co.jpはロングテールビジネスか？

先行研究：経営学的研究

Chevalier, Goolsbee $b = 1.2$ (Online bookstore の価格弾力性)
Brynjolfsson, Hu, Smith $b = 1.148$ (consumer welfareの評価)

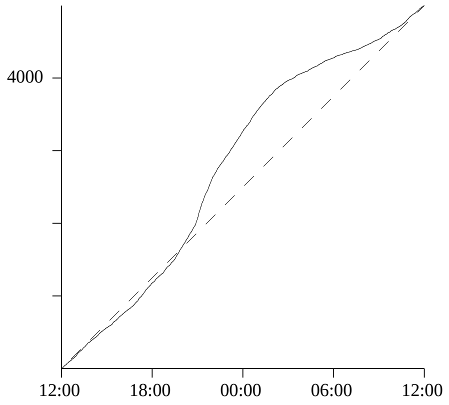
選んだ本の期間あたりの平均販売量を多数の本にわたってとる原始的方法

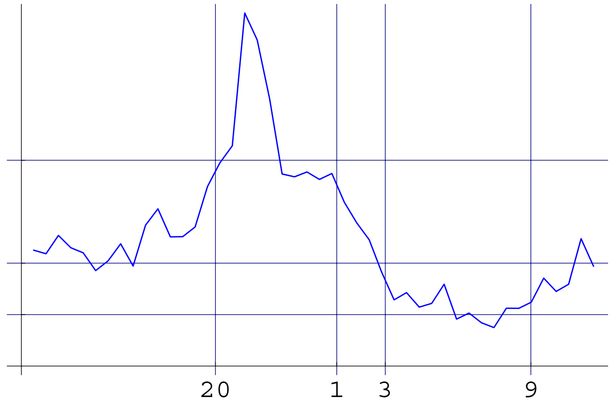
我々の結果と矛盾ー Online retailの経済効果は先行主張ほどはない？

インターネットを生かしたロングテール型リテールの草分けとして有名なアマゾン書店は，ロングテールビジネスモデルではない．ロングテールの「成功例」として C. Anderson, ‘The Long tail’ などの記事という宣伝費無料の大規模宣伝を勝ち取り，実際は古典的大ヒットビジネスで利益を上げている，と思われる．

傍証： Amazon が売上げ詳細を隠すと言われている…

昼夜差について（2ch.netデータ）





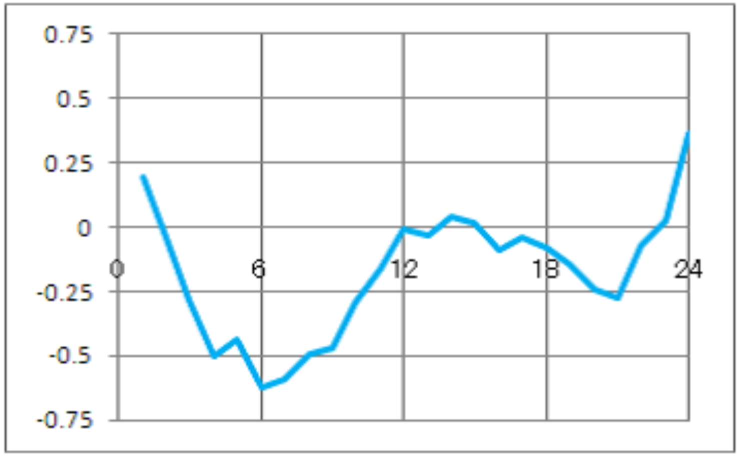
- 20–01時に書込活動活発，03–09時に不活発

Amazon.co.jpデータでも$O(10^2)$の本の総ジャンプ数を数えれば原理的に可能

1時間単位なので，1.5日/1冊(10万位)–9日/1冊(30万位)の本を集める必要

(cf. 10^3位=20分/冊, 10^2位=1分/冊)

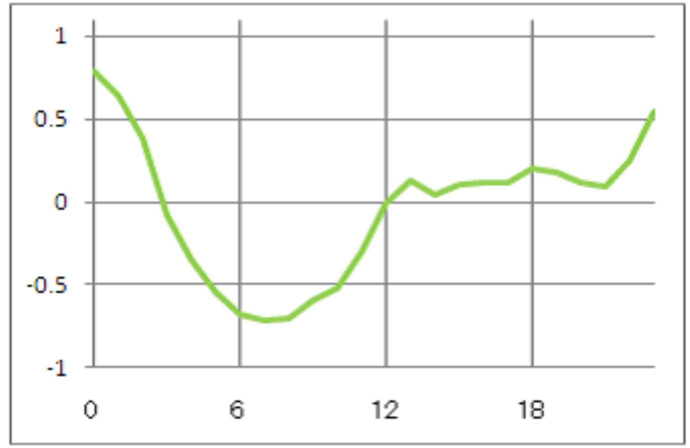
昼夜差について（Amazon.co.jp データ）



方法１（ジャンプ直後のデータ $aA(t) \ll 1$）

$x_C(t) \simeq N\Gamma(1-b)a^b A(t)^b + O(A(t))$

24 時間間隔で２重に比をとって N, b, a を消去

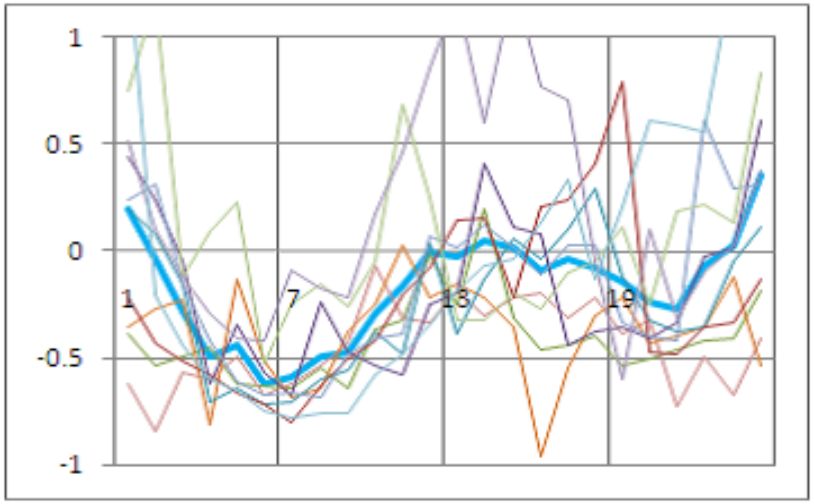


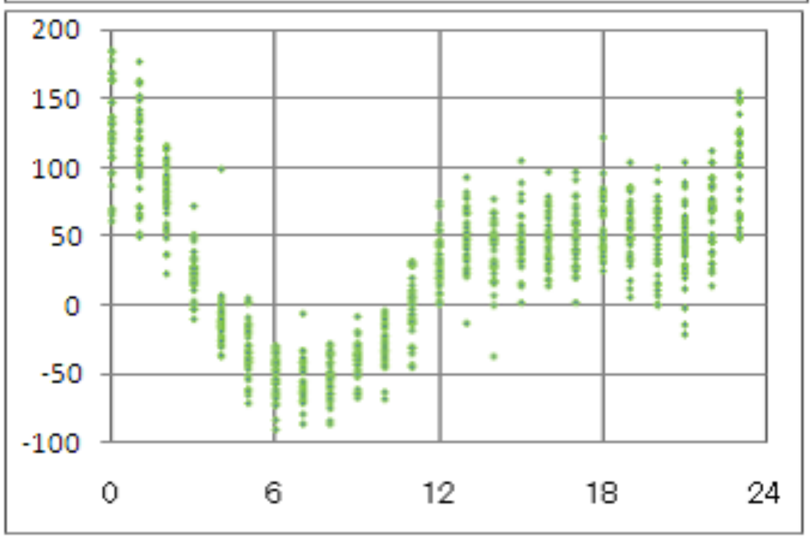
方法２（テール付近のデータ）

順位の平均時間変化を線形近似

- 22–00 時に購入活動活発，03–09 時に不活発（注．1.5 時間前）
- 2ch.net と矛盾はない
- 夜更かし型であって仕事時間型ではない

Amazon.co.jp データ（課題）





- **平均すると**０**になるはずの量なのに，なってない**
  ヘッド側は，**小さな擾乱でデータの質が悪化****して，サンプルを稼ぎにくい**

- ＭＴＦ**規則に反して，最大**１**時間約**100**順位が上がる**
  テール側はノイズは小さいが，絶版など**削除処理****と思われる，モデルにない効果の影響が大**

5．まとめと（モデル以外の）お話

- ジャンプ率が時刻依存性を持つ場合を含むmove-to-front規則 (stochastic ranking process) の無限粒子極限（「流体力学極限」）
  - 粒子の軌道の極限
  - 位置ジャンプ率結合経験分布の極限
  - 蒸発項を持つ時刻依存性のある係数のinviscid Burgers型PDEの解
- Amazon.co.jpデータへの応用と2ch.netデータによる検証
  - 逆ラプラス変換によるジャンプ率（売れ行き）分布の統計的推定
  - 毎日定時にデータをとれば，平均ジャンプ率で当てはめることができる
  - Amazon.co.jp の顧客も2ch.netの書き手も深夜活動し朝方寝ている
  - Amazon.co.jpも2ch.netも上位人気対象に活動が集中

ランキングと関係ないお話

本題は以上でおしまいで，以下は余談

- Stochastic ranking process **は応用上，** long tail **（売れ行きの小さいあまたある品々）の定量的分析の手段として安価単純で有効**
  - **情報公開を渋る会社の経営状況を探る**
  - **ロングテール型オンラインリテールの業績情報公開のための法的規制の方法**
  - **データのマイニング，特に流行の分析**
- **判断の材料となる客観的な統計的手法を提供するものであって，社会政策や「売れる方法」を提案するものではありませんが…**
  - **「めったに売れないあまたある専門書」の価値や「ほとんど引用されない数多くの学術論文」の価値を信じるから深入りしたので，何かを示唆したい**

ロングテールと文化

- 経済効果を考えれば，ランキング上位が重要 $(b < 1)$ ？
  - $b < 1$ は現状に関するアマゾン書店と 2ch の観測結果であって，

$b > 1$（ロングテール）ビジネスモデルの不存在を証明したのではない！

  - 少数のヒットが全体を支えているとしても，
    - どの少数かは時間を経ないと分からない（閉塞状況下の社会）
    - 環境が変われば変わる（遺伝子の多様性の意義）
    - $b < 1$ の良いところ：少数の声の大きい人を除けば小さい声を全て拾える

- 多様性の維持のための確率的な順位付け
  - 確定予報（責任・覚悟）－確率予報（合理的リスク管理）：規模拡大で確率判断が有効・重要
  - 確率ランキングの合理性・自然さ
    - 順位の入れ替わる頻度から競争の度合いまで読み取れる
    - めったに売れない本の真価判断は長い時間を要するから順位乱高下は自然
  - 埋もれた名作を掘り起こす賞を作ると，受賞作がヒットして終わる皮肉

売れないものにもたまにランダムに光を当てることが重要ではないか？

文献

K. Hattori, T. Hattori, Stochastic Processes and their Applications **119** (2009) 966–979.

K. Hattori, T. Hattori, Funkcialaj Ekvacioj **52** (2009) 301–319.

K. Hattori, T. Hattori, preprint (2009).

Y. Hariya, K. Hattori, T. Hattori, Y. Nagahata, Y. Takeshima, T. Kobayashi, preprint (2010).

`http://web.econ.keio.ac.jp/staff/hattori/amazonj.htm`
Google**検索キーワード　服部哲弥**
twitter**アカウント**　tetshattori