慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	50 分	

											採　点　欄	※
2010 年 2 月 2 日 (火) 3 時限施行		学部　　　学科　年　　組										
担当者名	服　部　哲　弥	学籍番号										
科 目 名	微　分　積　分	氏　　名										

注意：　答案用紙の表がわに収まるように簡潔に解答すること．

問１．　偏微分に関する以下の問いに答えよ.

i) 2 変数関数 $f(x, y) = \log(x^2 + e^y)$ の (1 次) 偏導関数を全て求めよ. (答案用紙には途中の計算は書かなくても良い.）

ii) $x^4 + 2y^2 = 3$ で定まる陰関数の上の点 $(-1, 1)$ における接線の方程式を求めよ. (答案用紙には途中の計算は書かなくても良い.）

iii) $f(x, y) = x^3 - 5xy + y^3$ の極値を求めよ. (**理由も，要点を簡潔に，書くこと**.）

問２．　積分の計算に関する以下の問いに答えよ. (いずれも，答案は答のみで良い.）

i) 定積分 $\displaystyle\int_0^2 (2x-3)^4\,dx$ を計算せよ.

ii) 不定積分 $\displaystyle\int (x+x^3)e^{x^2}\,dx$ を計算せよ.

iii) $\displaystyle\frac{d}{dx}\left(\int_{2x}^{3x} \frac{1}{\sqrt{t^4+1}}\,dt\right)$ を計算して，積分を含まない形で書け.

iv) $D = \{(x, y) \mid 0 \leqq x \leqq 2,\ 0 \leqq y \leqq x\}$ における次の 2 重積分の計算の 2 つの空欄 (a)(b) それぞれに当てはまる式を，積分を含まない形で書け.

$$\iint_D e^{-x^2/2}\,dx\,dy = \int_0^2 \boxed{\text{(a)}}\,dx = \boxed{\text{(b)}}$$

問３．　都合により問題を省略します.

微分積分　期末試験　**略解**　　2010/02/03 服部哲弥

問 1 (10+10+20).

i) 【テキスト p.28 問 (2) 類題】
$f(x,y) = \log(x^2+e^y)$.
$\underline{f_x(x,y) = \dfrac{2x}{x^2+e^y}}$, $\underline{f_y(x,y) = \dfrac{e^y}{x^2+e^y}}$.

ii) 【テキスト p.31 問 2 (1) 数値のみ変更】
$f(x,y) = x^4+2y^2-3$ とおくと，$f_x(x,y) = 4x^3$, $f_y(x,y) = 4y$ だから，$f_x(-1,1) = -4$, $f_y(-1,1) = 4$. $f_y(-1,1) \neq 0$ だから $(-1,1)$ をとおる陰関数 $y = \phi(x)$ が存在し，$\phi'(-1) = -\dfrac{f_x}{f_y}(-1,1) = 1$.
よって接線は $y = (x-(-1))+1$，すなわち，$\underline{y = x+2}$.

iii) 【テキスト p.36 例 2 数値のみ変更】
$f(x,y) = x^3-5xy+y^3$.
$\underline{f_x(x,y) = 3x^2-5y = 0,\ f_y(x,y) = -5x+3y^2 = 0}$ を解いて，$\underline{(x,y) = (0,0),\ (\frac{5}{3},\frac{5}{3})}$.
$f_{xx}(x,y) = 6x,\ f_{xy}(x,y) = -5,\ f_{yy}(x,y) = 6y$ なので，
$\underline{D(0,0)} = f_{xx}(0,0)f_{yy}(0,0) - f_{xy}(0,0)^2 = -25$ $\underline{< 0}$ だから，$(0,0)$ は 鞍点（極値ではない）.
$\underline{D(\frac{5}{3},\frac{5}{3})} = 75 > 0$, $f_{xx}(\frac{5}{3},\frac{5}{3}) = 10$ $\underline{> 0}$ だから，$f(\frac{5}{3},\frac{5}{3}) = -\dfrac{125}{27}$ は極小値である.

問 2 (10*4).

i) 【テキスト p.46 例 4 (1)】
積分変数変換 $t = 2x-3$ によって
$$\int_0^2 (2x-3)^4\,dx = \frac{1}{2}\int_0^2 (2x-3)^4\,(2x-3)'\,dx = \frac{1}{2}\int_{-3}^1 t^4\,dx = \frac{1}{2}\left[\frac{t^5}{5}\right]_{-3}^1 = \underline{\frac{122}{5}}$$

ii) 【テキスト p.45 問 の (8) と (11) を，数値を変更して加算】
$$\int (x+x^3)e^{x^2}\,dx = \int xe^{x^2}\,dx + \frac{1}{2}\int x^2\,(e^{x^2})'\,dx = \int xe^{x^2}\,dx + \frac{1}{2}x^2e^{x^2} - \frac{1}{2}\int 2xe^{x^2}\,dx$$
$$\underline{= \frac{1}{2}x^2e^{x^2} + C}$$

iii) 【講義 (10/28)，テキスト p.41 問 2 類題】
$$\frac{d}{dx}\left(\int_{2x}^{3x} \frac{1}{\sqrt{t^4+1}}\,dt\right) = (3x)'\frac{1}{\sqrt{(3x)^4+1}} - (2x)'\frac{1}{\sqrt{(2x)^4+1}}$$
$$\underline{= \frac{3}{\sqrt{81x^4+1}} - \frac{2}{\sqrt{16x^4+1}}}$$

iv) 【テキスト p.56 問 2 (2) 数値のみ変更】
$$\iint_D e^{-x^2/2}\,dx\,dy = \int_0^2 \left(\int_0^x e^{-x^2/2}\,dy\right)\,dx = \int_0^2 \boxed{\text{(a)}\ \ xe^{-x^2/2}}\,dx$$
$$= -\int_0^2 \left(e^{-x^2/2}\right)'\,dx = -\left[e^{-x^2/2}\right]_0^2 = \boxed{\text{(b)}\ \ 1-e^{-2}}$$

問 3 (20).　都合により解答例を省略します.