

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

		試験時間	50分	分
平成 23 年 1 月 25 日 (火) 4 時限施行		学部	学科	年 組
担当者名	服部 哲弥 君	学籍番号		
科目名	数学概論 II	氏 名		
		採 点 欄		

注意： 答案用紙の表がわに収まるように簡潔に解答すること。

問 1 .  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 3x^2y^2 + x + y$  の偏導関数と 2 次偏導関数をすべて求めよ。答えのみでよい。

問 2 .  $f(x, y) = x^3 - 3x^2 - 4y^2 + 8y$  について以下に答えよ。

- i)  $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$  を満たす点  $(x, y)$  を全て求めよ。答えのみでよい。
- ii) 2 変数関数  $D(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}(x, y)^2$  を求めよ。答えのみでよい。
- iii) 最初の小問で求めた点それぞれについて,  $D(x, y)$  を計算せよ。答えは  $D(1, 1) = 1, D(2, 2) = 2$  のように記せ。答えのみでよい。
- iv)  $f(x, y)$  の極値を求めよ。理由も要点を書くこと。

問 3 .  $f(x) = x \log x$  ( $x > 0$ ) について, 増減表を書いてグラフを図示せよ。  $f'(x) = \log x + 1$ , および  $f''(x) = \frac{1}{x}$  であることは用いてよい。

問1 (30=5\*6) . 【テキスト p.28 問(1) 類題】

$$f_x(x, y) = 4x^3 - 6xy^2 + 1,$$

$$f_y(x, y) = 4y^3 - 6x^2y + 1,$$

$$f_{xx}(x, y) = 12x^2 - 6y^2,$$

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = -12xy,$$

$$f_{yy}(x, y) = 12y^2 - 6x^2.$$

問2 (40=10\*4) . 【テキスト p.36 問(4) 類題】

- i)  $f_x(x, y) = 3x(x-2), f_y(x, y) = -8y+8$ , なので,  $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ を解くと  $(x, y) = (0, 1), (2, 1)$ .
- ii)  $f_{xx}(x, y) = 6x - 6, f_{yy}(x, y) = -8, f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = 0$ .  
よって,  $D(x, y) = f_{xx}(x, y)f_{yy}(x, y) - f_{xy}^2(x, y) = 48(1 - x)$ .
- iii)  $D(0, 1) = 48, D(2, 1) = -48$ .
- iv)  $D(2, 1) = -48 < 0$ だから  $(2, 1)$  は鞍点であって極値はとらない.  $D(0, 1) = 48 > 0, f_{xx}(0, 1) = -6 < 0$ , だから,  $(0, 1)$ において極大値  $f(0, 1) = 4$ .

問3 (30) . 【テキスト p.24 問(7)】

$f''(x) = \frac{1}{x} > 0$ だから,  $x > 0$ で下に凸.

$x$	$+0$	$1/e$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$0$	$-1/e$	$+\infty$

