慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

試験時間	50 分	分

平成 22 年 7 月　日 (　)　時限施行		学部　学科　年　組		採　点　欄	※
担当者名	服部　哲弥　君	学籍番号			
科目名	線形代数	氏　名			

注意：　答案用紙の表がわに収まるように簡潔に解答すること．

問 1 ．　行列の積 $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ を計算せよ.（答案用紙には途中の計算は書かなくて良い.）

問 2 ．　次の行列式 i) と ii) を計算せよ．なお，ii) の最初の行列の右肩の -1 は逆行列を表す.（答案用紙には途中の計算は書かなくて良い.）

i) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 6 \end{vmatrix}$　　ii) $\left|\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\right|$

問 3 ．　次のベクトルの組 i) ii) iii) それぞれについて，1 次独立か 1 次従属かを調べる．(1) — (6) に適切な数式・数値を入れよ．(1) は行列式，(3) はベクトルの式，(5) は数値，(2)(4)(6) は <u>1 次独立</u> または <u>1 次従属</u> を入れ，答案用紙に <u>(0) 5</u> のように記せ.

i) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$　は，$\boxed{(1)\qquad}$ $= 1$ だから $\boxed{(2)\qquad}$.

ii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$　は，$\boxed{(3)\qquad}$ $= \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ だから $\boxed{(4)\qquad}$.

iii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$　は，$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \boxed{(5)\quad}$ $\neq 0$ だから $\boxed{(6)\qquad}$.

問 4 ．　行列 $\begin{pmatrix} 9 & 18 & 2 & 35 \\ 7 & 14 & -5 & 1 \\ -2 & -4 & 3 & 6 \end{pmatrix}$ を行基本変形して**階段行列**を求め，また，この行列の**階数**を答えよ．答案用紙には

（例）$\underline{\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \to \cdots \to \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}，\text{階数}\ 2}$

のように，階段行列と階数の他に，**最初の変形と最後の変形も記入すること**．また，階段行列は，＜1 成分のみ 1 で残りは 0 ＞という形の列が階数に等しい個数現れているもののみ完答と認める.

線形代数　期末試験　**略解**　　　　2010/07/22 服部哲弥

問 1 (20).　　【テキスト p.3 問 2 ＋ p.9 問 3 類題】行列の積

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \underline{= \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}}$$

問 2 (20=10*2).　　【テキスト p.13 問 2(1) 類題，p.18 定理 7 または講義 5/26 類題】行列式

i) $$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \\ 6 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \underline{=-2}$$

ii) $$\left|\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}^{-1}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}\right| = \frac{1}{\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \underline{=2}$$

問 3 (30=5*6).　　【テキスト p.34 問 (1) 類題】1 次独立，1 次従属

i) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ は，$\boxed{(1)\ \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}} = 1$ だから $\boxed{\text{(2) 1 次独立}}$.

ii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ は，$\boxed{(3)\ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ だから $\boxed{\text{(4) 1 次従属}}$.

iii) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ は，$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = \boxed{(5)\ 1} \neq 0$ だから $\boxed{\text{(6) 1 次独立}}$.

問 4 (30).　　【テキスト p.29 問 類題】はきだし法

$$\underline{\begin{pmatrix} 9 & 18 & 2 & 35 \\ 7 & 14 & -5 & 1 \\ -2 & -4 & 3 & 6 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} -2 & -4 & 3 & 6 \\ 7 & 14 & -5 & 1 \\ 9 & 18 & 2 & 35 \end{pmatrix}}$$

$$\to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3/2 & -3 \\ 7 & 14 & -5 & 1 \\ 9 & 18 & 2 & 35 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3/2 & -3 \\ 0 & 0 & 11/2 & 22 \\ 9 & 18 & 2 & 35 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3/2 & -3 \\ 0 & 0 & 11/2 & 22 \\ 0 & 0 & 31/2 & 62 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3/2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 31/2 & 62 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 31/2 & 62 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}$$

<u>階数は 2</u>.（変形は解答例であって，別解を許す.）