

慶應義塾大学試験問題用紙（日吉）

				試験時間	50分	分
平成 26 年 07 月 22 日 (火) 3 時限施行		学部		学科	年	組
担当者名	服部 哲弥 君	学籍番号				
科目名	線形代数	氏名				
採点欄						

注意： 解答は答案用紙の表がわに収めること．答えだけでよい．

問 1 . $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ および, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -6 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ とおく．以下の量 i), ii), iii),

iv) を計算せよ．答案は計算結果だけでよい．

i) 行列式 $|A|$. ii) 積の行列式 $|ABA^{-1}|$. iii) 積 AB . iv) 逆行列 A^{-1} .

問 2 . $A = \begin{pmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} & 0 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$ とおく．以下の問いに答えよ．答案は答えだけでよい．

i) 行列式 $|A|$ を計算せよ．答案は答えだけでよい．

ii) 逆行列 A^{-1} を求めよ．答案は答えだけでよい．

iii) 1 次方程式 $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ の解 \vec{x} を求めよ．答案は答えだけでよい．

問 3 . 次の『』内の文章は，ベクトルの組について，1 次独立か 1 次従属かに関わる記述である．空欄 (1)―(3) に入る適切な式を答えよ．(1) は行列 A の行列式 $|A|$ についての式，(2) は行列 B の階数 $\text{rank} B$ についての式，(3) はベクトルを，それぞれ答えること．答案用紙には (0) $5x + 3y > 1$ のように答えのみを書け．

『 n を自然数とする． $i = 1, 2, \dots, n$ について $\vec{a}_i \in \mathbb{R}^n$ (n 成分列ベクトル) とし，これら n 個の列ベクトルを横に並べてできる n 次正方行列を A とおく． n 個の実数 x_1, x_2, \dots, x_n を成分とする列ベクトルを \vec{x} とおくと \vec{a}_i たちの線形結合が $x_1 \vec{a}_1 + x_2 \vec{a}_2 + \dots + x_n \vec{a}_n = A \vec{x}$ と書けることから， $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ が 1 次独立であることと (1) が同値になる．

次に m と n を自然数とする． $i = 1, 2, \dots, n$ について $\vec{b}_i \in \mathbb{R}^m$ (m 成分列ベクトル) とし，これら n 個の列ベクトルを横に並べてできる m 行 n 列の行列を B とおくと， $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \dots, \vec{b}_n$ が 1 次従属であることと (2) が同値になる．

1 次独立な 3 個の 4 次元ベクトル $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と合わせると 1 次従属な 4 個

のベクトルになるベクトルであって，どの成分も 0 でないものの例として (3) がある』

問1 (40=10*4) .

i) $|A| = \underline{-1}$. ii) $|ABA^{-1}| = |A||B||A^{-1}| = |B| = \underline{24}$.

iii) $AB = \underline{\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & -2 \end{pmatrix}}$. iv) $A^{-1} = \underline{\begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}}$.

問2 (30=10*3) .

i) $|A| = \underline{\frac{1}{36}}$

ii) $A^{-1} = \underline{\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}}$

iii) $\vec{x} = \underline{\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}}$

問3 (30=10*3) .

(1) $\underline{|A| \neq 0}$

(2) $\underline{\text{rank} B < n}$ (rank $B \neq n$ も可 : rank B は行の数および列の数以下の値しかとらない)

(3) $\underline{\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}}$ など

(すべての成分を加えると0になる, どの成分も0でない任意の4成分ベクトル)